

6011-6013. Se lärobokens facit.

6014. a), b) Se lärobokens facit.

$$\text{c) } \operatorname{Re} z = 2, \operatorname{Im} z = -2 \cdot \operatorname{Re} z = -2 \cdot 2 = -4 \\ z = 2 - 4i$$

$$\text{d) } \operatorname{Im} z = -3, \operatorname{Re} z = \frac{-3}{2} \Rightarrow z = -\frac{3}{2} - 3i$$

$$\text{Svar: c) } z = 2 - 4i \quad \text{d) } z = -\frac{3}{2} - 3i$$

6015. Rötterna är  $z = 1 + 2i$  och  $\bar{z} = 1 - 2i$  är ekvationens rötter,

Om ekvationen är  $z^2 + pz + q = 0$  gäller att

$$p = -(z + \bar{z}) = -(1 + 2i + (1 - 2i)) = -2$$

$$q = (1 + 2i)(1 - 2i) = 1^2 - (2i)^2 = 1 - 4i^2 = 1 + 4 = 5$$

Ekvationen är  $z^2 - 2z + 5 = 0$

$$\text{Svar: } z^2 - 2z + 5 = 0$$

6016.  $z^2 + pz + q = 0$

$$\text{Den ena roten är } z_1 = \frac{1-i}{2}$$

Rötterna till en andragradsekvation med reella koefficienter är konjugerade. Den andra roten är alltså

$$z_2 = \frac{1+i}{2}$$

b) Vi bestämmer koefficienterna  $p$  och  $q$  genom

$$p = -(z_1 + z_2) = -\left(\frac{1-i}{2} + \frac{1+i}{2}\right) = -1$$

$$q = \left(\frac{1-i}{2}\right)\left(\frac{1+i}{2}\right) = \frac{(1-i)(1+i)}{4} = \frac{1^2 - i^2}{4} = \frac{1}{2}$$

Ekvationen är  $z^2 - z + \frac{1}{2} = 0$

$$\text{Svar: a) } z_2 = \frac{1+i}{2} \quad \text{b) } z^2 - z + \frac{1}{2} = 0$$

6017. Ekvationen är  $z^2 + pz + q = 0$

Den ena roten är  $z_1 = 2 - i$

Rötterna till en andragradsekvation med reella koefficienter är konjugerade. Den andra roten är alltså

$$z_2 = 2 + i$$

b) Vi bestämmer koefficienterna  $p$  och  $q$  genom

$$p = -(z_1 + z_2) = -(2 - i + 2 + i) = -4$$

$$q = (2 - i)(2 + i) = 2^2 - i^2 = 4 + 1 = 5$$

Ekvationen är  $z^2 - 4z + 5 = 0$

$$\text{Svar: } z^2 - 4z + 5 = 0$$

6018. Ekvationen  $x^2 = -1$  har de rent imaginära rötterna

$$x = \pm\sqrt{-1} = \pm i$$

Graf: se lärobokens facit.

Svar: t.ex.  $x^2 + 1 = 0$

6019.  $z^2 + 88z + 2017 = 0$

$$\begin{aligned} z &= -44 \pm \sqrt{44^2 - 2017} = -44 \pm \sqrt{1936 - 2017} = \\ &= -44 \pm \sqrt{-81} = -44 \pm 9i \end{aligned}$$

Om rötterna betecknas  $z_1$  och  $z_2$  gäller alltså att

$$\operatorname{Re} z_1 = \operatorname{Re} z_2 = -44, \operatorname{Im} z_1 = 9, \operatorname{Im} z_2 = -9.$$

Svar:  $\operatorname{Re} z_1 = \operatorname{Re} z_2 = -44, \operatorname{Im} z_1 = 9, \operatorname{Im} z_2 = -9$