5067. Den allmänna normalfördelningens täthetsfunktion är

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Med de aktuella värdena för μ och σ insatta får vi

$$f(x) = \frac{1}{0,52\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3,45)^2}{2\cdot 0,52^2}}$$

Sannolikheten för att en nyfödd flicka väger mellan 3,0 och 4,0 kg är $\int_{3,0}^{4,0} \frac{1}{0,52\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3,45)^2}{2\cdot 0,52^2}}\,dx$

Denna integral måste lösas med digitala hjälpmedel, dator eller grafräknare.
Värdet är 0,661, dvs. ca 66%.

Svar: 66%

5068. Täthetsfunktionen är $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

a) Fördelningsfunktionen är $F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$

b) Vi vill beräkna

$$P(1 \le X \le 2) = F(2) - F(1) = \int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$$

Denna integral beräknas med dator eller grafräknare.
Dess värde är 0,1359.

Svar: a) $F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$ b) 0,1359

5069. Den allmänna normalfördelningens täthetsfunktion är

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Med de aktuella värdena för μ och σ insatta får vi

$$f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{2\cdot 3^2}}$$

Sannolikheten för att ett nyfött barn har en längd mellan 50 ± a cm är $\int_{50-a}^{50+a} \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{2\cdot 3^2}}\,dx$

där intervallet $50 - a \le x \le 50 + a$ är symmetriskt med avseende på väntevärdet $\mu = 50$ cm.

Värdet på denna integral är 50% = 0,50.

På grund av symmetrin kan vi halvera intervallet och skriva $\int_{50}^{50+a} \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-50)^2}{2\cdot 3^2}}\,dx = 0,25$

Denna integral måste lösas med digitala hjälpmedel, dator eller grafräknare. Vi får pröva med olika värden på talet a.
Om vi låter a = 2 blir integralens värde 0,2475 ≈ 0,25.
Ett symmetriskt intervall kring väntevärdet är således $50 - 2 \le x \le 50 + 2$, dvs. $48 \le x \le 52$,

Svar: 50% av de nyfödda barnen har en längd i intervallet $48 \text{ cm} \le x \le 52 \text{ cm}$

5070. a) Eftersom täthetsfunktionen $f(x)$ är symmetrisk kring $x = 0$ finns hälften av den totala arean i intervallet $-\infty \le x \le 0$. Vi får då

$$P(X \le 2) = 0,5 + \int_{0}^{2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx \approx$$

≈ 0,5 + 0,477 = 0,977
Integralen beräknas med digitala hjälpmedel.
b) $P(X \ge 2) = 1 - P(X \le 2) \approx 1 - 0,977 = 0,023$

Svar: a) $P(X \le 2) \approx 0,977$ b) $P(X \ge 2) \approx 0,023$

5071. a) Eftersom täthetsfunktionen $f(x)$ är symmetrisk kring $x = 0$ finns hälften av den totala arean i intervallet $-\infty \le x \le 0$. Vi får då

$$P(X \le k) = 0,5 + \int_{0}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx = 0,625$$

$$\int_{0}^{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx = 0,125$$

Denna integral måste lösas med digitala hjälpmedel, dator eller grafräknare. Vi får pröva med olika värden på talet k.
Vi finner att för k = 0,319 är integralens värde 0,125.

Svar: $k \approx 0,319$

5072. $P(|X| \le b)$ innebär att $P(-b \le X \le b)$
På grund av att funktionen är symmetrisk med avseende på $x = 0$ kan vi halvera integrationsintervallet och får då

$$P(0 \le X \le b) = \int_{0}^{b} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx = \frac{0,840}{2} = 0,420$$

Integralen måste beräknas med digitala hjälpmedel och vi får pröva med olika värden på b.

Vi finner till slut att $\int_{0}^{1,41} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx \approx 0,4207 \approx 0,420$

Svar: $b \approx 1,41$